Universidad de Santiago De Chile
Dpto. de Matemática y Computación

CALCULO AVANZADO

GUÍA DE EJERCICIOS (VALORES EXTREMOS)

Profesor Emilio Villalobos

A)Determinar los puntos críticos y valores extremos de:

1. $f(x,y)=3x^2+2xy+2x+y^2+y+4$; en $P_0=\left(-\frac{1}{4},-\frac{1}{4}\right)$ valor mínimo.
2. $f(x,y)=x^3+y^2-6xy+6x+3y$;en $P_0=\left(1,\frac{3}{2}\right)$ punto silla; en $P_1=\left(5,\frac{27}{2}\right)$ valor mínimo
3. $f(x,y)=x\sin y$; puntos críticos $P_k=(0,k\pi)\quad k\in Z$; no tiene extremos.
4. $f(x,y)=x\cos y$; puntos críticos $P_k=\left(0,(2k-1)\frac{\pi}{2}\right)\quad k\in Z$; no tiene extremos.
5. $f(x,y)=\sin x+\sin y$; puntos críticos $P_{nk}=((2n-1)\frac{\pi}{2},(2k-1)\frac{\pi}{2}),\quad n,k\in \mathbb{Z}$
6. $f(x,y)=(x-y)e^{x+2y}$; no tiene puntos críticos; no tiene extremos.
7. $f(x,y)=e^{-x}(x^2-5xy+4y^4)$
8. $f(x,y)=2(x^2+y^2)e^{-x^2-y^2}$; puntos críticos $P_0=(0,0)$ y $P=(x,y)$ con $x^2+y^2=1$; mínimo.
9. $f(x,y)=x^2+2xy+y^2$; puntos críticos $P=(x,y)$ con $y=-x$, y det. valores mínimos.
10. $f(x,y)=xy+\frac{1}{x}+\frac{1}{y}$; $P_0=(1,1)$ correspondiente a mínimos
11. $f(x,y)=(x^2+3y^2)e^{1-x^2-y^2}$;en $P_0=(0,0)$ hay mínimo y en $P_1=(0,1)$ máximo.
12. $f(x,y)=x^2+y^2-xy$ en $D:2x^2+y^2\le 1;$ en $P_0=(0,0)$ hay valor mínimo y se estudia en borde $2x^2+y^2=1$.
13. $f(x,y)=x^2+y^2-xy+x+y$ en $D=x\le 0,y\le 0,x+y\ge -3$
14. $f(x,y)=x^2+2xy+3y^2$, $D:-2\le x\le 4,\quad -1\le y\le 3$
15. $f(x,y)=x^3+3xy^2-15x-12y$; puntos críticos: $P_0=(1,2)$, $P_1=(2,1)$(*hay mín.*), $P_3=(-1,-2)$, $P_4=(-2,-1)$(*hay máx.*)
16. $f(x,y)=(y-3x^2)(y-x^2),\quad P_0=(0,0)$ es punto crítico con $H_0=(0,0)=0$;decidir con definición.

B)Estudiar extremos condicionados:

1. $f(x,y)=xy$,con $x^2+y^2-a^2=0$
2. $f(x,y)=x^2+y^2$,con $x+y-a=0$
3. $f(x,y)=x^2+y^2$,con $2x+y-5=0$
4. $f(x,y)=x\ln\frac{1}{x}+y\ln\frac{1}{y}$, con $x+y-1=0$;máximo en $P_0=\left(\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right)$
5. $f(x,y)=x^2+y^2$, con $x^4+y^4-1=0$
6. $f(x,y)=x^2+y^2-xy$, con $2x^2+y^2-1=0$; $P=\left(\pm\frac{1}{\sqrt{3}},\pm\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$ puntos críticos
7. $f(x,y)=x^2+y^2$, con $x^4+3xy+y^4-2=0$; $P=\left(\pm\frac{1}{\sqrt{2}},\pm\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$ puntos críticos
8. $f(x,y)=xyz$, con $x+y+z-1=0$; $P_0=\left(\frac{1}{3},\frac{1}{3},\frac{1}{3}\right)$ punto crítico
9. $f(x,y,z)=x^2+y^2+z^2$,con $x+2y+3z-4=0$ (interpretar geométricamente)
10. $f(x,y,z)=x^2+y^2+z^2$,con $ax+by+cz+d=0$ (interpretar geométricamente)
11. $f(x,y,z)=xyz$,con $x^2+y^2+z^2-a^2=0$; $P_0=\left(\pm\frac{a}{\sqrt{3}},\pm\frac{a}{\sqrt{3}},\pm\frac{a}{\sqrt{3}}\right)$ (interpretar geométricamente)
12. $f(x,y,z)=xyz$, con $36x^2+9y^2+4z^2-36=0$ (interpretar geométricamente)
13. $f(x,y,z)=xyz$,con $ax+by+cz+d=0$
14. $f(x,y,z)=x\ln\frac{1}{x}+y\ln\frac{1}{y}+z\ln\frac{1}{z}$, con $x+y+z-1=0$; en $P_0=\left(\frac{1}{3},\frac{1}{3},\frac{1}{3}\right)$ hay máximo.
15. $f(x,y,z)=\sin x+\sin y+\sin z$,con $x+y+z-\pi=0$;interpretar.
16. $f(x,y,z)=\sin x\sin y\sin z$,con $x+y+z-\pi=0$;interpretar.