

Integral de Superficie, teoremas de Gauss y de Stokes.

1.- Calcular $\iint_S xy \, ds$ si $S: z = 6 - x - 2y$ en el primer octante.

Respuesta: $\frac{27}{2}\sqrt{6}$

2.- Encontrar el área de la superficie de la esfera de radio a ; entre dos planos paralelos equidistantes del origen que la cortan y están separadas por una distancia $b > 0$.

Indicaciones.- Defina un sistema de coordenadas adecuado.

- Parametrice la superficie tomando como base las coordenadas esféricas.

Respuesta: $2\pi ab$

3.- Verifique el Teorema de la Divergencia o de Gauss para el campo vectorial

$$F(x, y, z) = xz\vec{i} + 2yz\vec{j} + 3xy\vec{k} \quad \text{y } S \text{ el cilindro } x^2 + y^2 \leq 4, \quad 0 \leq z \leq 3.$$

Teorema da Gauss.- $\iint_S F \cdot NdS = \iiint_R \text{div}F dV$ donde R es región sólida limitada por la superficie cerrada S orientada.

Respuesta: 54π

4.- Integrar $\nabla \times F$, $F(x, y, z) = 3y\vec{i} - xz\vec{j} - yz^2\vec{k}$ sobre la parte de la superficie

$$2z = x^2 + y^2 \text{ debajo del plano } z = 2$$

a) Directamente.

b) Usando el teorema de Stokes.

Respuesta: 20π