USACH

Taller 8

CALCULO AVANZADO

Prof. Miguel Martínez Concha

Problemas:

1) Calcule: $\int_C (y - x^2)dx + xdy$ desde (1, 0) hasta (-1, 0), alrededor de la mitad superior de $x^2 + y^2 = 1$.

   Respuesta = 2/3

2) Demuestre que la Integral de linea $I = \int_{(0,0,0)}^{(1,1,1)} (ysenzdx + xsenzdy + xy\cos zdz)$ es independiente de la trayectoria y evalúela.

   Respuesta = $\phi(x, y, z) = xysenz + k$; I = sen 1

3) Si C es la parábola $y = x^2 - 2x$ que une a P_0 (0, 0) con P_1(4, 8), evalúe

$$I = \int_C e^{-x} senydx - e^{-x}\cos ydy$$

a) Directamente utilizando la parametrización $c(t) = t\hat{\imath} + (t^2 - 2t)\hat{\jmath}$, $0 \le t \le 4$.

b) Como I es independiente de la trayectoria (pruébelo), evalúe I si $C = C_1 + C_2$ donde.

   C_1 : segmento de recta de (0. 0) a (4, 0) y

   C_2 : segmento de recta de (4. 0) a (4, 8)

c) Calcule la función potencial ϕ y evalúe la integral utilizando esta función potencial.

   Respuesta = $-e^{-4}$ sen 8.

4) Evalúe utilizando Teorema de Green. $\oint_C F \cdot ds$, si

$$F(x, y) = (x^3 - 4y^3)\hat{\imath} + (4x^3 + 7xy^2)\hat{\jmath} \quad \text{y c es la elipse } x^2 + \frac{y^2}{4} = 1$$

   Respuesta = $\dfrac{43\pi}{4}$