

USACH

Curso: Calculo Avanzado

Taller 5(Derivadas Parciales II)
2° Sem. 2004

Prof. Miguel Martínez Concha

1.- Utilice teoremas, y el hecho que “composición de funciones diferenciables es diferenciables” para explicar el porqué las siguientes funciones son diferenciables

a) $f(x, y) = \ln(1 + x^2 + y^2)$

b) $f(x, y) = 5\text{sen}^2(2x - y)\cos^2(x - y)$

2.- Demuestre que la derivada direccional de la función $f(x, y) = \frac{x^2 + y^2}{x}$ en los puntos del círculo $x^2 + y^2 - 2y = 0$, en la dirección de la normal a este círculo, es igual a cero.

3.- Calcule las derivadas parciales de segundo orden de:

a) $f(x, y, z) = \frac{e^x}{e^y - e^z}$ b) $f(x, y) = \arcsen \frac{x^2}{y^2}$ c) $f(x, y, z, w) = e^{z^2+w^2} \ln(x^2 + y^2)$

4.- Calcule $u_x(0,0), u_y(0,0), u_{xy}(0,0)$ si $u(x, y)$ está definida implícitamente por $e^u + xu + e^y = 2$ R. 0, -1 y 1.

5.- Utilice la regla de la cadena para calcular las derivadas indicadas:

a) $u(x, y) = x^2 e^{xy} + y^2 \text{sen}(xy)$, $x = s^2 t$, $y = s e^t$. Calcule $\frac{\partial u}{\partial s}$, $\frac{\partial u}{\partial t}$

b) $f(u, v, w) = u^2 + vw$, $u = x + y$, $v = x^2$, $w = xy$. En $(x, y) = (1, 0)$ calcule f_x , f_y , f_{xx} , f_{xy} , f_{yy} .

R. a) $u_s = t^2 s^3 (4 + 3ts^3 e^t) e^{(s^3 t e^t)} + 2s e^{2t} \text{sen}(s^3 t e^t) + 3s^4 t e^{3t} \cos(s^3 t e^t)$

b) 2, 3, 2, 5 y 2.

6.- Determine la ecuación del plano tangente a la superficie $z^2 + 3z - x^2 - y^2 - 2 = 0$ en $(1, 1, 1)$. R. $2x + 2y - 5z + 1 = 0$

7.- Hallar el volumen del tetraedro que forman los planos coordenados con el plano tangente al elipsoide $x^2 + y^2 + 3z^2 = 50$ en el punto $(1, 5, 2\sqrt{2})$. R. $3125\sqrt{2}/9$ unidades cúbicas.