Taller 5

Prof. Miguel Martínez Concha

1.- Pruebe que las siguientes superficies se intersectan ortogonalmente.

$S_1 : x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 8z = 0$
$S_2 : 3x^2 - y^2 + 2z^2 - 6x - 4y - 16z + 31 = 0$

2.- Determine la derivada direccional de la función z = f(x,y) definida implícitamente por x tan y – ze^z = 0 en el punto $P=(0,\frac{\pi}{4},0)$ en la dirección del vector u = (2,1)

R.- $2/\sqrt{5}$

3.- Considerar f (x,y) = $\dfrac{4xy}{(x^2+1)(y^2+1)}$. Hallar ecuaciones paramétricas para la recta normal y una ecuación del plano tangente a la superficie z = f (x,y) en el punto (1,1,1) lo mismo para el punto (-1,2,-4/5)

R.- $\begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \\ z = 1 - t \end{cases}$ recta, z = 1 plano; $\begin{cases} x = -1 \\ y = 2 + (6/25)t \\ z = -4/5 + t \end{cases}$ recta

6y – 25z – 32 = 0 plano

4.- Sean F (x,y,u,v) = xu + yv – uv ; G (x,y,u,v) = u sen xy y H (x,y,u,v) = $x^2 - y^2 + u^2 + v^2$ calcule en (x,y,u,v) = (0,1,1,2) los siguientes Jacobianos:

i) $\dfrac{\partial(F,G)}{\partial(x,y)}$ ii) $\dfrac{\partial(G,F)}{\partial(u,x)}$ iii) $\dfrac{\partial(F,G,H)}{\partial(x,y,u)}$ iv) $\dfrac{\partial(G,F,H)}{\partial(u,v,y)}$

R.- i) -2 ii) 2 iii) 0 iv) 0

5.- Considere la ecuación $x^2 + 2y^2 + z^2 = 1$. Muestre, calculando las derivadas parciales y evaluando en el punto (½, ½, ½) que :

$$\left(\frac{\partial x}{\partial y}\right)\left(\frac{\partial y}{\partial z}\right)\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right) = -1$$

¿Es cierto para cualquier función F (x,y,z) = 0 diferenciable en cualquier punto (x,y,z) la identidad anterior?

6.- Sean $x^2 + y^2 + 2u^2 + 3v^2 - 7 = 0$ y $2x^2 - 3y^2 + 3uv - 2 = 0$ en el punto (u,v,x,y) = (1,1,1,1). Calcule

i) $(u_x)y$ ii) $(v_y)x$
R.- i) -3 ii) -5