Taller

Profesor: Miguel Martínez.

1.- Determine funciones f: $IR^3 \to IR$, g: $IR^3 \to IR$ de modo que F : $IR^3 \to IR$ tal que F(x, y, z) = sen (x + y) cos (y – z) + sen (x + y + z) se vea como F = f °g

2.- Muestre que la función dada es homogénea. Especifique la región. Verifique el Teorema de Euler en cada caso.

a) $f(x, y) = xy/ x^2 + y^2$
b) f (x + y) = $g_x = \sqrt{x^2 - xy}$

Indicación: Teorema de Euler ,- $xf_x + yf_y = nf$, n grado de homogeneidad.

3.- Sea F(x, y) = $x^\alpha \phi(\frac{y}{x}, \frac{z}{x})$, en que ϕ es una función real dos veces diferencialble, de una variable real, y un número real. Demuestre que:

a) $x\dfrac{\partial F}{\partial x} + y\dfrac{\partial F}{\partial y} + z\dfrac{\partial F}{\partial z} = \alpha F$

b) $x^2\dfrac{\partial^2 F}{\partial x^2} + y^2\dfrac{\partial^2 F}{\partial y^2} + z^2\dfrac{\partial^2 F}{\partial z^2} + 2xy\dfrac{\partial^2 F}{\partial x \partial y} + 2xz\dfrac{\partial^2 F}{\partial x \partial z} + 2yz\dfrac{\partial^2 F}{\partial y \partial z} = \alpha(\alpha - 1)F$

4.- Sea f una función diferenciable de (u, v, w) y sea g una función de (x, y) definida por:

g(x, y) = f(x – y, x + y, 2x)

Calcular g_x, g_y en términos de f_n , f_v ,, f_w

5- sea f y g dos funciones de una variable para las cuales f’’ y g’’ existen. Calcular todas las primeras y segundas derivadas parciales de h, definida por h(x,y)=f(x,f(y)).

6- Sean ϕ, ψ : U ⊆ $IR^2 \to IR$ funciones tales que :

$$\frac{\partial \phi}{\partial u} = \frac{\partial \psi}{\partial v}, \frac{\partial \phi}{\partial y} = -\frac{\partial \psi}{\partial u}$$

Demuestra que ϕ y ψ satisfacen la ecuación de Laplace.

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = 0$$

R.- 1.- $f(u, v, \omega) = senu + \cos v + sen^2\omega; g(x, y, z) = (x + y, y - z, z + y + z)$

4.- $g_x = f_u + f_v + 2f_\omega, g_y = -f_u + f_{vu}$

5.- $h_x = f'g, h_y = xf'g', h_{xx} = f''g^2, h_{xy} = f'g' + xf''gg', h_{yy} = x^2 f''(g')^2 + xf'g''$