

Taller 3

Prof. Miguel Martínez C.

1.- Probar que $f(x, y) = \frac{x^2}{x^2 + y^2}$ no tiene límite en $(0,0)$

2.- Probar que $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{2x^2y}{x^2 + y^2} = 0$

3.- Calcule: a) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2 + 3y^2}{x + 1}$, b) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{\text{sen}xy}{xy}$

R. a) 0 , b) 1

4.- Hallar $\frac{\partial z}{\partial x}$, $\frac{\partial z}{\partial y}$ en $(1,2)$ y en $(0,0)$ si $z = \ln \sqrt{1 + xy}$

R. $\frac{1}{3}$, 0 , $\frac{1}{6}$, 0.

5.- Calcule el gradiente de $f(x, y, z) = z^2 e^x \cos y$

R. $\nabla f = (z^2 e^x \cos y, -z^2 e^x \text{sen}y, 2ze^x \cos y)$

6.- Suponga que sobre una cierta región del espacio, el potencial eléctrico V está dado por $V(x, y, z) = 5x^2 - 3xy + xyz$.

a) Determine la razón de cambio del potencial en $P(3,4,5)$ en la dirección del vector

$$\vec{v} = \vec{i} + \vec{j} - \vec{k}.$$

b) ¿ En que dirección cambia con mayor velocidad V en P ?

b) ¿Cuál es la razón máxima de cambio en P ?

R a) $32/\sqrt{3}$ b) $(38,6,12)$ c) $2\sqrt{406}$

7.- Una función u es armónica si satisface

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$$

Compruebe que son armónicas: $u = e^x \text{sen}y$ y $u = \text{erc} \tan \frac{y}{x}$

8.- Pruebe que si $u = f(x, y)$ es una función armónica, entonces también lo es

$$w = f\left(\frac{x}{x^2 + y^2}, \frac{y}{x^2 + y^2}\right)$$