Taller N°2

Profesor: Miguel Martínez

1) Sea c la trayectoria definida por $c(t) = (2t, t^2, \ln t) , t > 0$
Hallar la longitud de arco en los puntos (2, 1 ,0) y (4, 4, ln2)
R. $3 + \ln 2$.

2) Hallar la torsión de la curva c que resulta de la intersección de la superficie $z = 2x^2y$ con la superficie $z = x + y$ en el punto (1, 1, 2)
R. $\tau = 0$

3) si f(t) esta en IR^2 podemos definir ($f(t) = (x(t), y(t))$)

$$k(t) = \frac{x'(t)\, y''(t) - x''(t)\, y'(t)}{((x'(t))^2 + (y'(t))^2)^{3/2}} \qquad \text{(curvatura con signo)}$$

donde si el movimiento del vector f'(t), siguiendo el recorrido de f(t) es en el sentido de las manecillas del reloj K(t) sea negativo, y si lo hace en el sentido contrario de las manecillas del reloj, la curvatura será positiva.

Determine la curvatura (con signo) de la curva plana dada, bosqueje la curva y señale f(t) con pequeñas flechas.

a) $f(t) = (t^2, t^3)$
b) $f(t) = (t^3, t^2)$
c) $f(t) = (e^t, e^{-t})$
d) $f(t) = (t - \text{sen } t, 1- \cos t)$

R. a) $k(t) = \dfrac{6}{| t | (4+9t^2)^{3/2}}$

b) $k(t) = - \dfrac{6}{| t | (4+9t^2)^{3/2}}$

c) $k(t) = 2e^{3t} (1 + e^{4t})^{-3/2}$

d) $k(t) = \dfrac{-2^{1/2}}{4(1 - \cos(t))^{1/2}}$

4) Calcule la curvatura de la parábola $y = x^2$ ¿ en que punto de ella la curvatura alcanza su valor máximo? ¿Hay mínimo?, explique

5) Dada la curva $R(t) = (t, t^2, (2/3)t^3)$. Hallar

a) Curvatura
b) Torsión
c) Plano Osculador, Normal y rectificante

R. a) $K = \dfrac{2}{(1 + 2t^2)^2}$

b) $T = \dfrac{2}{(1 + 2t^2)^2}$

d) $2(x - 1) - 2(y - 1) + (z - 2/3) = 0$; $(x - 1) + 2(y - 1) + (z - 2/3) = 0$;
$-2(x - 1) - (y - 1) + 2(z - 2/3) = 0$