USACH

Taller 1

Prof. Miguel Martínez C

1.- Encuentre la serie de Fourier de la función periódica de período 2π, definida en el intervalo [-π,π] por:

a) $f(t) = \pi - |t|, \quad -\pi < t < \pi$

b) $f(t) = \pi^2 - x^2, \quad -\pi < x < \pi$

2.- Aplicando la serie de Fourier para x^2, deducir

a) $\sum_{nn=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} = \frac{\pi^2}{6}$ b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n^2} = \frac{\pi^2}{12}$

3.- Rectificador de media onda.- Se hace pasar una tensión senoidal *Esenωt* por un rectificador de media onda el cual le corta la porción negativa de la onda transformándola en

$$s(t) = \begin{cases} 0 \quad \text{si} \quad -\frac{T}{2} < t < 0 \\ Esen\omega t \quad \text{si} \quad 0 < T < \frac{T}{2} \end{cases} \quad , \quad T = \frac{2\pi}{\omega}$$

Encontrar la serie de Fourier correspondiente.

4.- La función real u definida por $u(x) = \begin{cases} 0, & si \ x < 0 \\ 1, & si \ x \geq 0 \end{cases}$, se llama función escalón unitario.

a) Obtener la integral de Fourier de

$$f(x) = \left(1 - \frac{|x|}{a}\right) \cdot u\left(1 - \frac{|x|}{a}\right)$$

con $a > 0$

b) Deducir que $1 - x = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{1 - \cos w}{w^2} \cos wx dw$, si $0 \leq x \leq 1$ y

$$\int_0^{\infty} \frac{1 - \cos w}{w^2} \cos wx dw = 0 \quad \text{si} \quad x > 0$$

RESPUESTAS

1) a) $\frac{\pi}{2} + \frac{4}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos(2n-1)t}{(2n-1)^2}$, b) f es par, $f(x) = \frac{2}{3}\pi^2 - 4\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2} \cos(nx)$

3) $\frac{E}{\pi} + \frac{E}{2} sen(\omega t) - \frac{2E}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos(2n\omega t)}{(2n)^2 - 1}$

4) a) $\frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{1 - \cos w}{aw^2} \cos wx dw$ b) aplicar teorema de convergencia con a =1

.