

## Taller N°1. Curvas :

Prof. Miguel Martínez C

1. Dos partículas que se mueven en el espacio tienen vectores de posición

$$r(t) = (\cos t, \sin t, t) \quad \text{y} \quad r(t) = (1, 0, t), \quad t > 0$$

- Describa las trayectorias de las partículas.
- ¿Se intersecan las curvas descritas por las trayectorias de las partículas? De ser así ¿en donde?
- ¿Chocan las partículas? De ser así ¿En que instante?

R. a) Hélice, recta    b) Si,  $(1, 0, 2n\pi)$   $n = 1, 2, 3, 4, \dots$ ;    c) id.

2. Considere una partícula en movimiento cuyo vector posición en cualquier instante  $t$  está dado por  $r(t) = (\cos(f(t)), \sin(f(t)), 0)$  donde  $f(t)$  es al menos dos veces diferenciable.

- Demuestre que la partícula está viajando en un círculo en el plano XY.
- Calcule el vector velocidad  $v(t)$ , ¿Qué condición deberá satisfacer  $f(t)$  a fin de que la velocidad tenga magnitud constante?
- Calcule el vector aceleración  $a(t)$  escríbalo como una suma de dos vectores uno paralelo a la recta tangente al círculo en el punto  $r(t)$  y el otro perpendicular a ella.
- ¿Que condiciones debe satisfacer  $f(t)$  a fin de que la aceleración calculada en el punto c) sea perpendicular a la dirección de la partícula?

R. b)  $f'$  cte.    c)  $a(t) = (-\sin[f(t)], \cos[f(t)], 0) f'' - (\cos[f(t)], -\sin[f(t)], 0) f'^2$   
d)  $f'(t) = 0$

3. Calcule la longitud de las siguientes curvas .

- $r(t) = (t^2, t^3, 1), 0 \leq t \leq 2$
- $r(t) = (e^{-t}, 4/3 e^{-3/2 t}, e^{-2t}), 0 \leq t \leq \infty$
- $x = (1 - y^{2/3})^{3/2}, 0 \leq y \leq 1$  (en el plano)
- La curva intersección de las dos superficies :

$$S_1 : x = u, y = u, z = v, \quad -\infty \leq u, v \leq \infty$$

$$S_2 : x = \sin(\gamma) \cos(\varepsilon), y = \sin(\gamma) \sin(\varepsilon), z = \cos(\gamma), \quad 0 \leq \gamma, \varepsilon \leq \pi$$

Sugerencia: elimínense  $u, v$  y  $\varepsilon$  en términos de  $\gamma$  para obtener una ecuación paramétrica de la curva intersección .

R. a)  $1/27 (40^{3/2} - 8)$   
b) 2  
c)  $3/2$   
d)  $\pi$