Guía 4 Cálculo Avanzado

A Obtener serie de Fourier de $y = \ f(x)$, $x \in [-p, p]$, período $2p$ de:

1. $f(x) = \begin{cases} x & x \in [0,1] \\ 1 & x \in [-1,0) \end{cases}$

2. $f(x) = \begin{cases} \frac{-\pi}{4} & \text{si } -\pi \leq x < 0 \\ = & \text{si } 0 \\ \frac{\pi}{4} & \text{si } 0 < x \leq \pi \end{cases}$

   Del resultado deducir la convergencia de $\sum\limits_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \dfrac{1}{2n-1}$

3. $f(x) = \begin{cases} ax & \text{si } -\pi \leq x < 0 \\ bx & \text{si } 0 < x \leq \pi \end{cases}$ con a, b, ctes.

B Obtener serie de Fourier de $y = f(x)$, $x \in [a, b]$, período $b - a$

4. $f(x) = x$, $x \in [0, 1]$

5. $f(x) = x$, $x \in [0, 2\pi]$

6. $f(x) = x^2$, $x \in [1, 2]$

7. $f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{si } 0 \leq x < 1 \\ x^2 - 1 & \text{si } 1 \leq x \leq 2 \end{cases}$

C Obtener series de Fourier senoidal y cosenoidal de:

8. $f(x) = e^x$, $x \in [0, \pi]$

9. $f(x) = x^2$, $x \in [0, \pi]$

10. $f(x) = \begin{cases} x & \text{si } 0 \leq x < \frac{1}{2} \\ 1 - x & \text{si } \frac{1}{2} \leq x \leq 1 \end{cases}$

11. $f(x) = x(\pi - x)$, $x \in [0, \pi]$

D

a) Si $y = f(x)$,con $0 < x \leq p$ tiene serie de Fourier coseno $a_0 + \sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n \cos \frac{n\pi x}{p}$

   probar que se cumple $\frac{2}{p} \int\limits_0^p (f(x))^2 \, dx = 2a_0^2 + \sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n^2$

b) Si $y = f(x)$,con $0 < x \leq p$ tiene serie de Fourier seno $\sum\limits_{n=1}^{\infty} b_n \sin \frac{n\pi x}{p}$,

   probar que se cumple $\frac{2}{p} \int\limits_0^p (f(x))^2 \, dx = \sum\limits_{n=1}^{\infty} b_n^2$

   Aplicar lo precedente a ejercicios C