USACH
Curso: Calculo Avanzado

Ejercicios

1º Sem. 2006

Máximos y mínimos

Prof. Miguel Martínez Concha

Problemas

1.- Obtenga y clasifique los puntos críticos de las funciones

a) $f(x,y) = x^3 + 12xy + y^3 + 5$

b) $f(x,y) = \dfrac{xy}{8} + \dfrac{1}{x} - \dfrac{1}{y}$

2.- Obtenga y clasifique los puntos críticos de las funciones

a) $f(x,y) = x^3 - y^3 + 3x^2 + 3y^2 - 9x$

b) $f(x,y) = x^3 - 3axy + y^3$ (a es una constante no nula)

3.- Encontrar las dimensiones del paralelepípedo rectangular mayor con tres de sus caras en los planos coordenados y un vértice sobre $x + 3y + 2z = 6$ si x, y, z son positivas

4.- Verificar que la función f definida por $f(x,y) = x^2 + y^4$, tiene un mínimo en el origen pero no satisface las condiciones del teorema de la segunda derivada

5.- Hallar los valores máximo y mínimo absolutos para

$$f(x,y) = sen x + \cos y$$

en el rectángulo R definido por $0 \le x \le 2\pi, 0 \le y \le 2\pi$.

6.- Obtenga el máximo y el mínimo absolutos de las siguientes funciones en las regiones indicadas

a) $f(x,y) = xy^2 + 2x + y^4 + 1$ en la region $x^2 + y^2 \le 1$

b) $f(x,y) = 6x^2 + 18xy + 4y^2 - 6x - 10y + 5$ en el cuadrado $0 \le x \le 1, 0 \le y \le 1$.

7- Utilice multiplicadores de Lagrange para resolver los siguientes problemas:

a) Obtener los puntos críticos de $f(x,y) = 4x + y^3 + 3$ sujeto a la restricción $x^2 + \frac{1}{2}y^2 = 1$

b) Obtener los puntos sobre la curva de intersección del plano $x + y + z = 1$ y la superficie $x^2 + y^2 - z^2 = 1$ que están mas cerca y mas alejados del origen.

8,- Obtenga las dimensiones del paralelepípedo rectangular de mayor volumen que puede inscribirse en una esfera de radio 1

9.- Hallar el máximo y el mínimo absoluto para la función $f(x,y,z) = x + y - z$ en la bola $B = \{(x,y,z) : x^2 + y^2 + z^2 = 1\}$

10.- Un servicio de entrega de paquetes establece que las dimensiones de una caja rectangular deben ser tales que la longitud mas el doble del ancho mas el doble de la altura no sobrepase los 108 centímetros. Cuál es el volumen de la caja mas grande que se puede enviar bajo estas condiciones.

11.- Hallar los valores extremos de $f(x,y) = (x-y)^2$ sujeta ala restricción $x^2 + y^2 = 1$

Respuestas

1.- a) En (0,0) hay punto silla, (0,0,5) , en (-4,-4) hay máximo ; b) en (2,-2) hay máximo

2.- a) $f(1,0)$ mín. relativo; $f(-3,2)$ máx. relativo ; en $(1,2)$ y $(-3,0)$ hay punto silla

b) En $(0,0)$ hay punto silla; $f(a,a)$ es mínimo si $a > 0$.

3.- largo = 2, ancho = 2/3 y alto = 1.

5.- - 2 es el mínimo absoluto y 2 es el máximo absoluto

6.- a) $f(-1,0) = -1$ es mínimo absoluto y $f(\frac{3}{4}, \pm\frac{\sqrt{7}}{4}) = \dfrac{773}{256}$ es máximo absoluto.

b) $f(0,1) = -1$ es mínimo absoluto y $f(1,1) = 17$ es máximo absoluto

7.- a) $(\pm 1/\sqrt{3}, \pm 2/\sqrt{3}), (\pm\sqrt{\frac{2}{3}}, \pm\sqrt{\frac{2}{3}})$ y $(\pm 1, 0)$

b) $(1,0,0)$ y $(0,1,0)$ san los mas cercanos ; y (1,1,-1) es el más alejado.

8.- Cubo de lado $2/\sqrt{3}$.

9.- Máximo valor $\sqrt{3}$, y mínimo valor $-\sqrt{3}$.

10.- 11.664 cm^3

11.- min. 0 , max. 2