UNIVERSIDAD DE SANTIAGO DE CHILE
FECULTAD DE CIENCIAS
DEPTO. MATEMATICA Y COMPUTACION

CALCULO III

FUNCIONES VECTORIALES DE VARIABLE REAL

Parte 1

COORDINADOR: Emilio Villalobos M.

I) Parametrizar C curva definida en $\mathbb{R}^2$ y en $\mathbb{R}^3$ de la forma
$\vec{r}(t) = (x(t), y(t), z(t)), \quad t \in \mathbb{R}$

1. $y = (x-1)(x+5)$ Grafique

2. $y = 3 + sen(x)$

3. $\frac{(x-3)^2}{9} + \frac{(y+1)^2}{25} = 1$

4. $\left.\begin{array}{c} z = x^2 + y^2 \\ z = \frac{1}{2} + x + y \end{array}\right|$ Grafique

5. $\left.\begin{array}{c} x^2 + y^2 + z = 25 \\ z = 9 \end{array}\right|$ Grafique

6. $\left.\begin{array}{c} x^2 + y^2 = 4 \\ x^2 + y^2 + z^2 = 16 \end{array}\right|$ Grafique

II) Determinada la curva en la forma vectorial, determine $\vec{r}'(t)$, $\|\vec{r}(t)\|$ y $\|\vec{r}'(t)\|$ de las curvas de I).

III) Escribir la curva en forma cartesiana y vectorial de:

a) $x = 3t$
$y = t - 1$

b) $x = 2\cos(t)$
$y = 2sen(t)$

c) $x = 2\ln(t)$

$y = 4t$

d) $x = 1 + t$

$y = -1 + 2t$

$z = 2 + 3t$ $\qquad$ $Rta. \quad x - 1 = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{3}$

e) $x = \cosh(t)$

$y = senh(t)$

IV) Dada la curva, calcular $L = \int_a^b \left\| \vec{r}\,'(t) \right\| dt$

a) $\vec{r}(t) = (\, t - sen(t), 1 - \cos(t), 4sen\left(\frac{t}{2}\right))$ $\qquad t \in [0,2\pi]$

b) $\vec{r}(t) = (e^t \cos(t)\,, e^t sen(t))$ $\qquad t \in [0,2\pi]$

V) Dadas las curvas $\overrightarrow{r_1}(t)$, $\overrightarrow{r_2}(t)$, calcular

i) $\overrightarrow{r_1}(t) x \overrightarrow{r_2}(t)$

ii) $\overrightarrow{r_1'}(t) x \overrightarrow{r_2'}(t)$

iii) $\overrightarrow{r_1}(t) \cdot \overrightarrow{r_2}(t)$

iv) $\overrightarrow{r_1'}(t) \cdot \overrightarrow{r_2'}(t)$

a) $\overrightarrow{r_1}(t) = \left(\frac{1}{2} sen(t), \sqrt{3} sen(t), 2\cos(t)\right)$

$\overrightarrow{r_2}(t) = \left(-cos(t), \cos(t)\,, -\frac{1}{2}\, sen(t)\right)$

b) $\overrightarrow{r_1}(t) = \left(\sqrt{6}\cos(t)\,, 4sen(t), \sqrt{10}\cos(t)\right)$

$\overrightarrow{r_2}(t) = (-\sqrt{6}\,\mathrm{sen}(t)\,, 4cos(t), -\sqrt{10}\,\mathrm{sen}(t))$

VI) Sea $\vec{r}(t) = (\cos(t) + tsen(t), sen(t) - tcos(t), t)$ $\qquad t \in \mathbb{R}$

Despejar t tal que en $\left\| \overrightarrow{r'}(t) \right\|$=2